V - Domain Frekuensi

Erwin Sutanto, S.T., M.Sc.

Daftar Isi

1. Pendahuluan

- Dari yang telah dipelajari terlihat sekilas ada dua domain, yakni domain frekuensi dan domain waktu.
- Sinyal dapat direpresentasikan di domain frekuensi dalam bentuk yang berbeda.
- Dalam domain frekuensi, sinyal akan diperinci menjadi pada komponen-komponen frekuensi-nya dengan besaran Amplitudo, dan Fasanya.
- Ada beberapa kegunaan dari domain frekuensi ini. Salah satunya adalah mempermudah perhitungan **konvolusi**.

2. Konvolusi

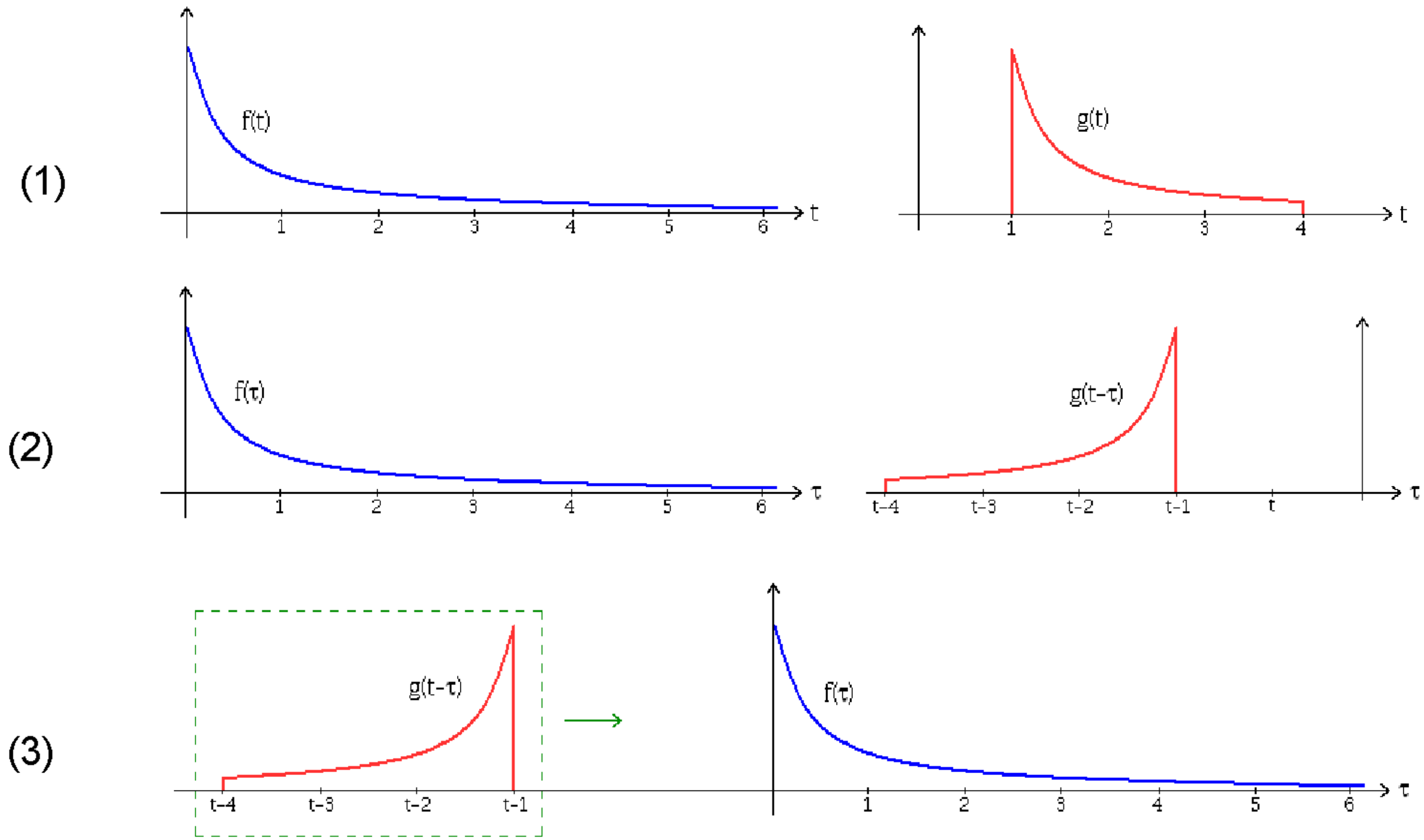
- Dengan x(n) dan y(n) sebagai pasangan input-output dari sistem LTI h(n), maka konvolusi diskrit dinyatakan dengan rumus sbb:

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) \cdot h(n-k)$$

- Sebuah Operator Matematis yang menghitung “Amount of Overlap” (jumlah dari nilai yang berpapasan), atau dapat dianggap juga sebagai sebuah Moving-Average.

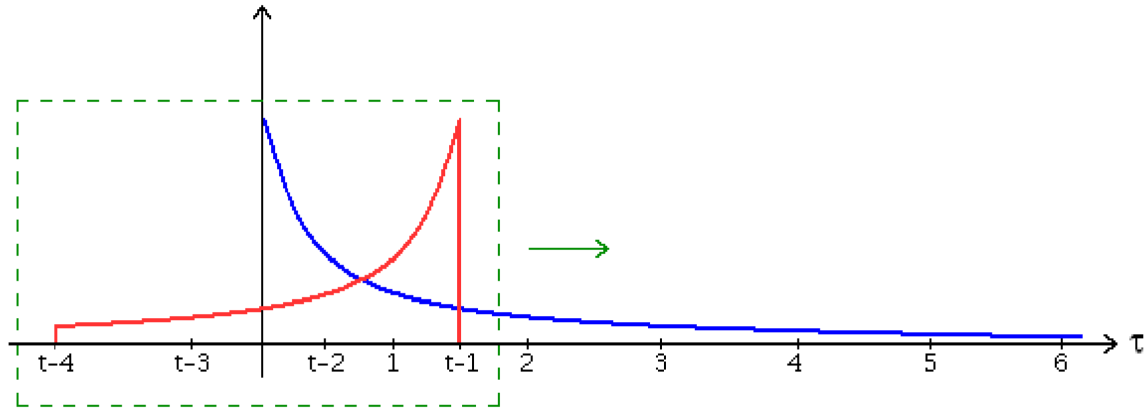
- Langkah Dasar Secara Grafis:
  1. Flip/ Putar Balik (reverse) salah satu sinyal
  2. Shift/ Geser berdasarkan waktu sebanyak 1 sample
  3. Kalikan nilai yang berkorespondensi dari kedua sinyal
  4. Jumlahkan hasil perkalian dari langkah 3 untuk mendapatkan nilai konvolusinya di titik tersebut
  5. Ulangi langkah 1-4 untuk memperoleh konvolusi digital di sepanjang titip dimana kedua sinyal saling overlap (berpapasan).

Konvolusi Langkah 1-3

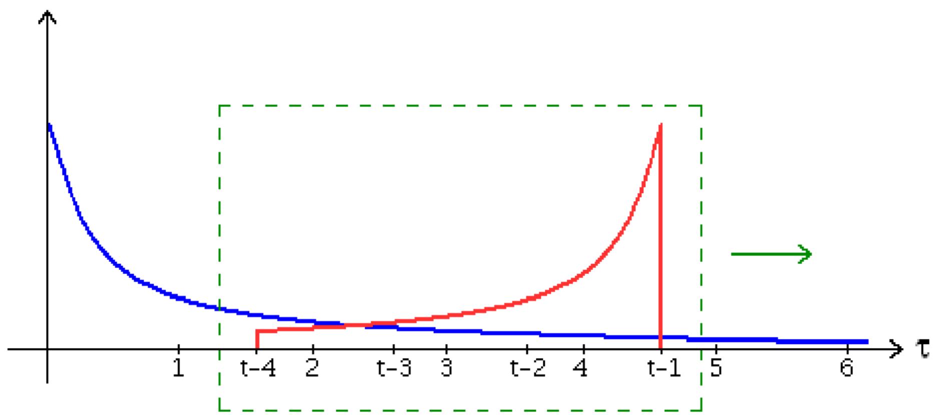


Konvolusi Langkah 4-5

(4)



(5)



Latihan-1

Sebuah LTI system didefinisikan sebagai

$$h(n)=\{5,1,8\}$$

Diberi masukan sinyal,

$$x(n)=\{2,4,1\}$$

Tentukan output $y(n)$?

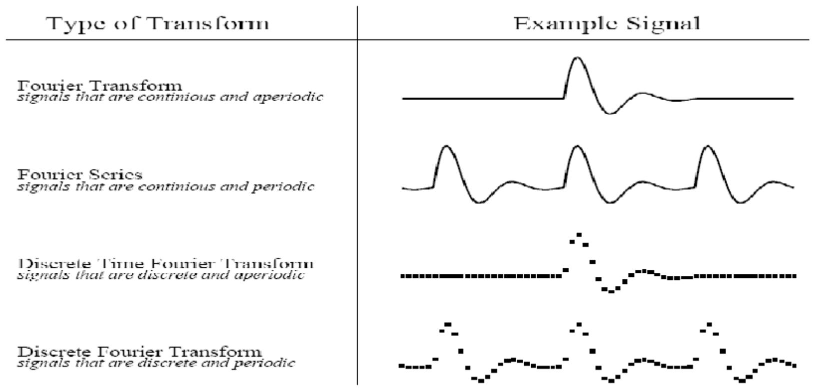
3. Fungsi Domain Frekuensi

- Beberapa kelebihan penggunaan Domain Frekuensi.
  1. Representasi yang efisien dari aproksimasi ke fungsi asli
  2. Membuat filterisasi lebih mudah
  3. Perlu dicatat bahwa Konvolusi di time domain sama dengan perkalian di domain frekuensi (dan sebaliknya). Untuk itu apabila kita menghadapi konvolusi (atau perkalian) yang rumit, kita dapat berpindah domain dan melakukan perhitungan yang sesuai.
- Pada bagian ini akan dipelajari bagaimana cara merubah sinyal dari domain waktu ke domain frekuensi tersebut. Proses transformasi itu dapat menggunakan berbagai macam algoritma Fourier.

Perbandingan Algoritma Fourier

- Berikut beberapa algoritma Fourier diklasifikasikan dalam karakter periodik dan non-periodik. Juga dalam karakternya sebagai sinyal Kontinu dan sinyal Diskrit.

Sinyal	**Periodik**	**Non-Periodik**
Kontinu	Fourier Series –FS (Deret Fourier)	Fourier Transform – FT (Trasformasi Fourier)
Diskrit	Discrete-Time Fourier Series-DTFS (Deret Fourier Waktu-Diskrit)	Discrete-Time Fourier Transform – DTFT (Transformasi Fourier Waktu-Diskrit)



4. Penggunaan Fourier Series

Joseph Fourier

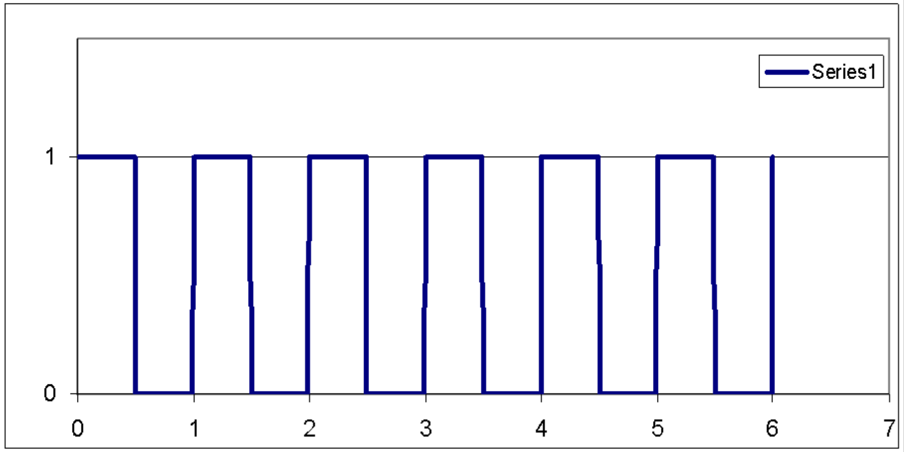
- Berdasarkan Teorema Deret Fourier, sebuah fungsi periodik dengan Periode dasar T dan frekuensi dasar $\omega = 2\pi/T$, dapat di representasikan sebagai kombinasi linear dalam fungsi sinus dan cosines (dalam jumlah yang tidak terbatas).

$$F(t) = a_0 + a_1\cos(\omega t) + b_1\sin(\omega t) + a_2\cos(2\omega t) + b_2\sin(2\omega t) + \ldots$$

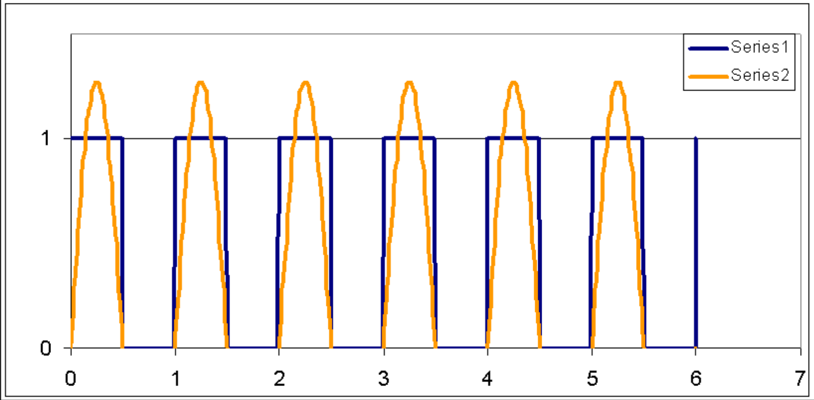
4.1 Perbandingan Panjang Suku Fourier Series

Misal sebuah sinyal kotak,

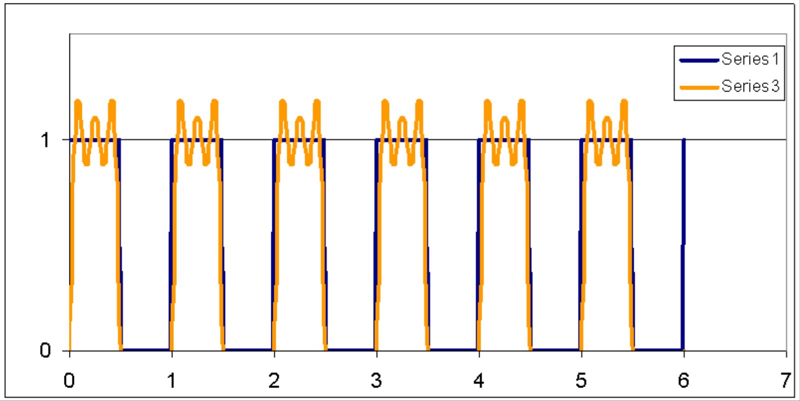
F(t) = square wave, dengan T=1.0 detik $\omega = \frac{2\pi}{1}$



Dengan 1 suku, $F(t) \approx \frac{4}{\pi} \sin \omega t$

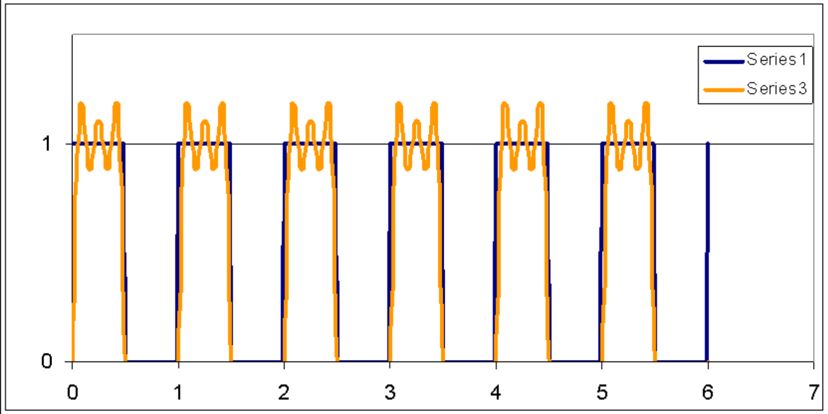


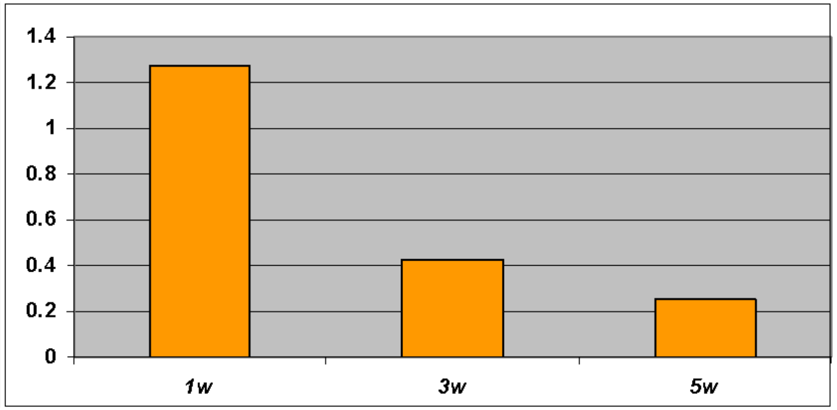
Dengan 3 suku, $F(t) \approx \frac{4}{\pi} \sin \omega t + \frac{4}{3\pi} \sin 3\omega t + \frac{4}{5\pi} \sin 5\omega t$



4.2 Contoh Perbandingan Domain Waktu dan Domain Frekuensi

$$F(t) \approx \frac{4}{\pi}\sin \omega t + \frac{4}{3\pi}\sin 3\omega t + \frac{4}{5\pi}\sin 5\omega t$$



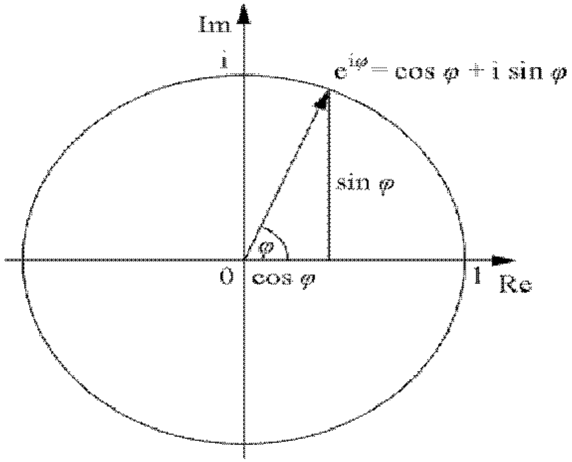


(1) Dalam Domain Waktu

(2) Dalam Domain Frekuensi

4.3 Notasi dengan Rumus Euler

- Dengan menggunakan Rumus Euler untuk fungsi exponensial Kompleks :



Fourier Series (FS) dituliskan sebagai:

$$X[k] = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)e^{-jkw_0t}$$

Sebaliknya Invers Fourier Series (IFS) diberikan oleh:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X[k]e^{jkw_0t}$$

Hubungan FS dan IFS: